**แผนการจัดการเรียนรู้**

**หลักสูตร:** คณิตศาสตร์เพิ่มเติม **ระดับชั้น:** ม. 4

**บทเรียน:** ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม  **ระยะเวลา:** 50 นาที

**หัวข้อ:** ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้) **รูปแบบการสอน:** ออนไลน์/ออนไซต์

**อ้างอิง:** -

**อุปกรณ์การเรียน:** 1) แอปพลิเคชันเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CLASSWIZ รุ่น fx-991CW สำหรับนักเรียน

2) เว็บไซต์เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ClassPad.net สำหรับครู

3) ใบกิจกรรมที่ 11

**สาระจำนวนและพีชคณิต**

เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรมและนำไปใช้

**ผลการเรียนรู้**

เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

**เป้าหมายการศึกษา/การประเมินผล**

ด้านความรู้: นักเรียนสามารถเข้าใจความหมายและสมบัติของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่สัมพันธ์กับค่า

ของเลขฐานของเลขยกกำลัง และลักษณะการเปลี่ยนแปลงของเส้นกราฟเมื่อเลขฐานมีค่ามากกว่าศูนย์แต่น้อยกว่า 1 หรือเลขฐานมีค่ามากกว่า 1

ด้านทักษะกระบวนการ: นักเรียนสามารถจำลองจำนวนของผู้ติดเชื้อที่ได้รับรายงานล่าสุดโดยใช้แบบจำลองฟังก์ชัน

เอกซ์โพเนนเชียล

ด้านเจตคติ: นักเรียนสามารถสืบเสาะการเปลี่ยนแปลงของแบบจำลองเอกซ์โพเนนเชียล ผ่านการจำลอง

หลาย ๆ แบบได้

นักเรียนสามารถจำแนกแบบจำลองต่าง ๆ ที่มีเงื่อนไขเปลี่ยนไปได้ อย่างมุ่งมั่นตั้งใจ

**จุดเน้นย้ำในการสอน:**

บทเรียนนี้มีเป้าหมายให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ผ่านการประยุกต์ใช้กับปัญหาในชีวิตประจำวัน นักเรียนถูกคาดหวังให้มีความเข้าใจมากขึ้นเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยเน้นเรื่องเลขฐานและความหมายของฟังก์ชัน

**ทฤษฎีบทที่สำคัญ / แนวคิดในบทเรียนนี้**

สำหรับ เมื่อ และ แล้ว จะได้ว่า ค่าของ จะเพิ่มขึ้น เมื่อ มีค่าเพิ่มขึ้น

สำหรับ เมื่อ และ แล้ว จะได้ว่า ค่าของ จะลดลง เมื่อ มีค่าเพิ่มขึ้น  
นั่นคือ การเพิ่มขึ้นหรือลดลงของ ขึ้นอยู่กับค่าของฐาน (ค่า )

**กระบวนการจัดการเรียนการสอน (ทิศทางของบทเรียน)**

**บทนำ: ทำความเข้าใจปัญหา (5 นาที**)

ครูให้นักเรียนสมมติว่าตนเองเป็นผู้ออกนโยบายแก้ปัญหาการเพิ่มขึ้นของผู้ติดเชื้อครูบอกให้นักเรียนรู้ว่า นักเรียนจะได้เรียนเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและกราฟ โดยจำลองบทบาทเป็นผู้ออกนโยบายที่วิเคราะห์จำนวนผู้ติดเชื้อ

* ครูบอกรายละเอียดสถานการณ์ต่อไปนี้เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์จำนวนผู้ติดเชื้อ

จำนวนของผู้ติดเชื้อใหม่ของเชื้อไวรัส *hungry-angry* เป็น 100 ในวันที่ 0 โดยจำนวนตัวเลขเพิ่มขึ้นเป็น 120 ในวันที่ 1 หากจำนวนเพิ่มขึ้นในรูปแบบเดียวกันในวันที่ 2 ให้หาว่าจำนวนผู้ติดเชื้อใหม่มีกี่คน

**การต่อยอด (1): กิจกรรม 1 (15 นาที)**

* ครูให้นักเรียนคาดการณ์จำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ในวันที่ 2 หรือเมื่อ 1 สัปดาห์ผ่านไป และอื่น ๆ
* ตอนนี้ (วันที่ 0): 100
* วันต่อไป (วันที่ 1): 120  
  วันที่ 2 มีจำนวนผู้ติดเชื้อใหม่กี่คน   
  1 สัปดาห์ผ่านไปมีกี่คน   
  1 เดือนผ่านไปมีกี่คน   
  และอื่น ๆ
* ครูให้นักเรียนพิจารณาจำนวนผู้ติดเชื้อที่เพิ่มขึ้นจากวันที่ 0 ถึงวันที่ 1
* ครูถามคำถามต่อไปนี้และให้แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนที่เพิ่มขึ้น

ตัวเลือกไหนเหมาะสมที่สุดสำหรับเติมลงในกล่องสี่เหลี่ยม

“คน 100 คน นำเชื้อไปติด 120 คน” หมายความว่า คนนำเชื้อไปติด □ คน โดยเฉลี่ย [□=1.2]

* ครูบอกคำตอบและเฉลยว่าทำไมตอบเช่นนั้น ➡ 120 ÷ 100 = 1.2
* ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ “ค่าการแพร่เชื้อ (Reproductive number (R))”

นักเรียนเข้าใจวิธีคำนวณจำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ในวันที่ 2 วันที่ 3 และวันที่ 7

R เป็นจำนวนคนที่แพร่เชื้อจากผู้ติดเชื้อ 1 คน

หมายความว่าค่า R ของไวรัส hungry-angry ในกรณีนี้คือ 1.2

* ครูให้นักเรียนคำนวณจำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ในวันที่ 2 ด้วยเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์
* ครูถามคำถามนักเรียนดังต่อไปนี้
* จงอธิบายวิธีการคำนวณหาจำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ในวันที่ 1 และ 2

➡ วันที่ 1 :

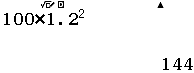
ให้นักเรียนสนใจกับการคูณจำนวน 120 ด้วย 1.2

(120 × 1.2 = 144 ถูกต้อง)

การนำ 120 ไปบวก 20 เป็นวิธีคิด ที่ไม่ถูกต้อง (120 + 20 = 140)

➡　วันที่ 2 :

100O1.2dB



* ครูให้นักเรียนคำนวณจำนวนผู้ติดเชื้อของวันที่ 3 และ 1 สัปดาห์หลังจากนั้น และอื่น ๆ

➡ วันที่ 3 :

➡　วันที่ 7 :

* ครูให้นักเรียนสร้างฟังก์ชันของจำนวนคนติดเชื้อใหม่ โดยให้ค่า แทนวันที่
* ครูถามคำถามนักเรียนดังต่อไปนี้

จงอธิบายวิธีการสร้างสมการ

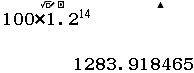
➡

* แบบฝึกหัด : ครูอาจใช้แบบฝึกหัดต่อไปนี้เพื่อให้นักเรียนคำนวณค่าของฟังก์ชัน   
  สำหรับค่า บางค่า
* ครูให้นักเรียนคาดการณ์จำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ เมื่อผ่านไป 2 สัปดาห์ (วันที่14)

นักเรียนเข้าใจว่าสามารถคาดการณ์จำนวนผู้ติดเชื้อใหม่สำหรับวันใด ๆ ก็ตามได้ด้วยฟังก์ชันนี้

➡

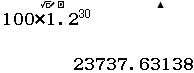
100O1.2^14B



* ครูให้นักเรียนคาดการณ์จำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ เมื่อผ่านไป 1 เดือน (วันที่ 30)

➡

100O1.2^30B



**แบบฝึกหัด**

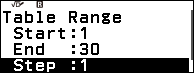
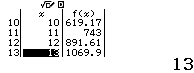
ครูอาจใช้แบบฝึกหัดต่อไปนี้เพื่อแนะนำวิธีใช้ฟังก์ชันตาราง (Table Function) ของเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์  
เพื่อคำนวณค่าของฟังก์ชัน

* ครูให้นักเรียนคาดการณ์ว่าจำนวนผู้ติดเชื้อจะมากกว่า 1000 คนเมื่อใด
* ครูสอนวิธีใช้ฟังก์ชันตาราง (Table) ของเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

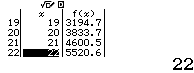
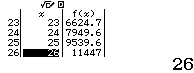
1. A black and white screen with a graph and windows

   AI-generated content may be incorrect.เลือกเมนู Table
2. A black screen with white text

   AI-generated content may be incorrect.กำหนดฟังก์ชัน โดยการกดปุ่ม FUNCTION แล้วเลือก  
    จากนั้นป้อนฟังก์ชันลงไปดังนี้   
   100O1.2^[  
   จากนั้นกดปุ่ม B เครื่องจะทำการบันทึกค่าของฟังก์ชัน
3. A black and white image of a number

   AI-generated content may be incorrect.A black background with a black square

   AI-generated content may be incorrect.กดปุ่ม TOOLS แล้วเลือก Table Range แล้วทำการตั้งค่า  
   ค่าเริ่มต้น (Start): 1 ค่าสิ้นสุด (End): 30 และค่าที่เพิ่มขึ้น (Step): 1  
   แล้วกดปุ่ม EXE



* ครูถามนักเรียนว่าเมื่อใดที่จำนวนผู้ติดเชื้อจะเกิน 1,000 และ 5,000 และ 10,000 คน  
  จากตาราง

นักเรียนตรวจสอบและเปรียบเทียบจำนวนผู้ติดเชื้อวันที่ 13 และ 22 และ 26 และเข้าใจได้ว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อจำนวนวันผ่านไป

วันที่ 12 : 891.61 คน → วันที่ 13 : 1,069.9 คน

วันที่ 21 : 4,600.5 คน → วันที่ 22 : 5,520.6 คน

วันที่ 25 : 9,539.6 คน → วันที่ 26 : 11,447 คน

* ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบจำนวนผู้ติดเชื้อวันที่ 13 และ 22 และ 26

ครูให้นักเรียนสมมติว่าตนเองเป็นผู้ออกนโยบายรับมือกับจำนวนผู้ติดเชื้อที่เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วอีกครั้ง

นักเรียนเข้าใจเนื้อหาต่อไปนี้

R = 1.1 ในกรณีนี้

ค่า R น้อยกว่าโจทย์ข้อที่แล้ว และอัตราเร็วในการแพร่เชื้อเมื่อ R = 1.1 ช้ากว่า เมื่อ R = 1.2

* ครูให้นักเรียนคิดวิธีทำให้ความเร็วในการติดเชื้อลดลง

ตัวอย่างเช่น การจำกัดการเคลื่อนไหว การใส่หน้ากาก ฯลฯ

* ครูบอกสถานการณ์ต่อไปนี้เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์จำนวนผู้ติดเชื้อ

จำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ของไวรัส *hungry-angry* เป็น 100 ในวันที่ 0 โดยเพิ่มขึ้นเป็น 110 ในวันที่ 1 จากการใช้นโยบายสวมหน้ากาก

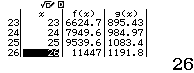
* ครูให้นักเรียนสร้างฟังก์ชันของจำนวนผู้ติดเชื้อใหม่โดยให้ค่า แทนวันที่
* ครูถามให้นักเรียนตอบฟังก์ชันของจำนวนผู้ติดเชื้อที่นักเรียนสร้างได้
* ครูอธิบายวิธีสร้างฟังก์ชัน

➡

* ครูให้นักเรียนสร้างตารางโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1. A black background with a black square

   AI-generated content may be incorrect.A black background with a black square

   AI-generated content may be incorrect.กำหนดฟังก์ชัน โดยการกดปุ่ม FUNCTION แล้วเลือก  
    จากนั้นป้อนฟังก์ชันลงไปดังนี้   
   100O1. 1^[  
   จากนั้นกดปุ่ม B เครื่องจะทำการบันทึกค่าของฟังก์ชัน
2. กดปุ่ม TOOLS แล้วเลือก Table Range แล้วทำการตั้งค่า  
   ค่าเริ่มต้น (Start): 1 ค่าสิ้นสุด (End): 30 และค่าที่เพิ่มขึ้น (Step): 1  
   แล้วกดปุ่ม EXE

* ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบจำนวนในกรณีที่ R = 1.2 และ R = 1.1 สำหรับวันที่ 26

(วันที่ 26 คือเวลาที่ค่า มากกว่า 10,000)

* ครูให้นักเรียนดูกราฟทั้งสองแบบที่สร้างโดยเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

(อธิบายวิธีวาดกราฟโดยใช้ QR code)

 q[

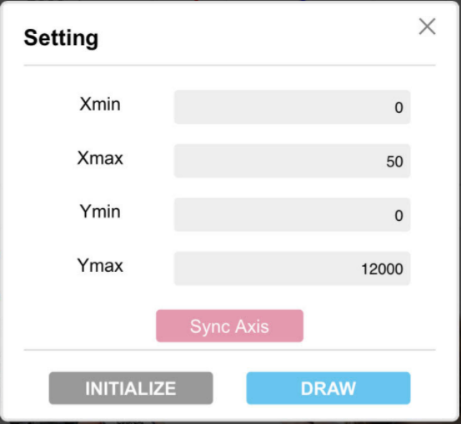
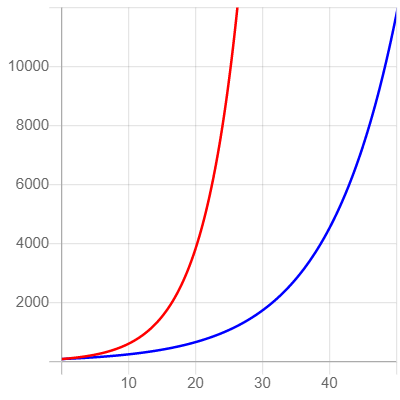
ถ้านักเรียนใช้สมาร์ทโฟนได้ สามารถลองสร้างกราฟด้วย เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์แต่หากไม่ได้ ให้ดูกราฟที่ครูฉายบนจอ

A black background with a black square

AI-generated content may be incorrect.

สแกน QR code โดยใช้สมาร์ทโฟน

เปลี่ยนช่วงของแกนตามแบบต่อไปนี้เพื่อแสดงรูปร่างของกราฟแบบเต็ม

 ช่วงของแกนนอน : 0～50

ช่วงของแกนตั้ง : 0～12000

* ครูถามคำถามเกี่ยวกับกราฟต่อไปนี้

1. กราฟใดแสดงค่าฟังก์ชันเมื่อ R = 1.2 และกราฟใดแสดงค่าฟังก์ชัน R = 1.1

2. เมื่อใดที่แต่ละฟังก์ชันมีจำนวนผู้ติดเชื้อเกิน 5,000 คน

ประเมินจำนวนจากแต่ละกราฟตามลำดับ

เปรียบเทียบคำตอบและค่าที่ตรวจสอบในตารางก่อนหน้านี้

**การต่อยอด (2): กิจกรรม 2 (15 นาที)**

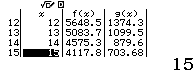
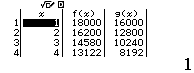
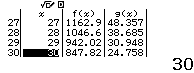
* ครูถามวิธีการเปลี่ยนฟังก์ชันเพื่อลดจำนวนของผู้ติดเชื้อ (ให้นักเรียนให้ความสำคัญเป็นพิเศษกับค่า R)
* สมมติว่ามีผู้ติดเชื้อ 20,000 คนวันนี้ (วันที่ 0) และนักเรียนออกนโยบายจำกัดการเคลื่อนไหว

ให้นักเรียนลองป้อนค่า R บางแบบและหาค่า R ที่ทำให้จำนวนผู้ติดเชื้อลดลง

กรณีที่นักเรียนได้ค่าของฟังก์ชัน ที่เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามค่าของ   
ให้นักเรียนลองตรวจสอบฐานของเลขยกกำลังว่าน้อยกว่า 1 หรือไม่

ฟังก์ชัน :

* ให้ลองป้อนค่า R = 0.9 และ 0.8



* ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและตรวจสอบวิธีที่ทำให้ทั้งสองฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันลดลดลง

นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างค่า R และการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน จากตาราง

**สรุป (10 นาที)**

ครูถามนักเรียนเพื่อตรวจสอบว่าเข้าใจเนื้อหาการเรียนรู้ในวันนี้หรือไม่ ครูควรอำนวยการสอนให้นักเรียนได้แสดงความเห็นเหล่านี้ หากเวลาไม่พอ ให้ถามนักเรียนเพียงหนึ่งถึงสองคนเพื่อให้แบ่งปันความคิด และให้นักเรียนส่งผลการค้นคว้าหลังคาบเรียน

* ครูให้นักเรียนแบ่งปันและอภิปรายสิ่งที่ค้นพบเกี่ยวกับ 3 เรื่องต่อไปนี้

・ เป็นเรื่องสำคัญที่จะต้องลดค่า R เพื่อให้จำนวนผู้ป่วยลดลง

・ ถ้าค่า R มากกว่า 1 จำนวนผู้ป่วยก็จะเพิ่มขึ้น ถ้าค่า R น้อยกว่า 1   
 และมากกว่า 0 จำนวนผู้ป่วยก็จะลดลง

・ เป็นเรื่องสำคัญที่จะลดจำนวนของผู้ป่วยลงให้ได้ในระดับหนึ่ง

หากไม่เช่นนั้น จำนวนจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในเวลาอันสั้น

**< ตัวอย่าง การพูดปิดบทเรียนสำหรับครู >**

วันนี้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับวิธีที่จำนวนผู้ติดเชื้อเพิ่มขึ้นและลดลง โดยใช้แบบจำลองฟังก์ชัน  
เอกซ์โพเนนเชียล นักเรียนได้จำลองตัวเองเป็นผู้ออกนโยบาย ซึ่งผู้ออกนโยบายตัวจริงต้องอภิปรายและสร้างแบบจำลองที่คำนึงถึงประเด็นด้านเศรษฐกิจ สุขภาพ และประเด็นอื่น ๆ ผู้ออกนโยบายยังใช้ข้อมูลหลายส่วนเพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ครูหวังว่านักเรียนจะสามารถเห็นตัวอย่างสถานการณ์อื่นในชีวิตประจำวันที่จะใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ เช่นเดียวกับตัวอย่างที่นักเรียนได้ลองทำมาแล้ว นักเรียนจะทราบดีว่า เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์สามารถช่วยสร้างแบบจำลองได้ และมีคณิตศาสตร์สนุก ๆ อีกหลายเรื่องที่สามารถใช้เครื่องคำนวณนี้ได้เป็นอย่างดี

**ใบกิจกรรมที่ 11**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| บทเรียน: | ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและลอการิทึม | หัวข้อ: | ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (การเรียนรู้แบบสืบเสาะ) |
| ชื่อ: |  | ห้อง: |  |

**กิจกรรม 1**

**จำนวนผู้ติดเชื้อไวรัสใหม่เพิ่มขึ้นอย่างไร**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| จำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ของไวรัส *hungry-angry* เป็น 100 และเพิ่มขึ้นเป็น 120 ในวันที่ 1  หากจำนวนผู้ติดเชื้อเพิ่มขึ้นในรูปแบบเดียวกันในวันที่ 2 จำนวนผู้ติดเชื้อจะเพิ่มขึ้นในลักษณะใด  คาดการณ์จำนวนผู้ติดเชื้อใหม่เพื่อรายงาน และอภิปรายนโยบายควบคุมและป้องกันการติดเชื้อ | | | |
| **จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง** | | | |
| เมื่อ R = 1.2 แล้ว | | | |
| **วันที่** |  | **การคำนวณ** | **สัญกรณ์เลขชี้กำลัง** |
| วันที่ 0: |  |  |  |
| วันที่ 1: |  |  |  |
| วันที่ 2: |  |  |  |
| วันที่ 3: |  |  |  |
| วันที่ 7: |  |  |  |
| วันที่ : |  |  |  |
| **เมื่อ R = 1.2 แล้ว** | | | |

หลัง 2 สัปดาห์: วันที่ \_\_\_\_\_\_\_

หลัง 1 เดือน: วันที่ \_\_\_\_\_\_\_

**เมื่อใดที่จำนวนผู้ติดเชื้อเกินจำนวนที่แสดงด้านล่าง**1,000 คน วันที่ \_\_\_\_\_\_\_

5,000 คน วันที่ \_\_\_\_\_\_\_

10,000 คน วันที่ \_\_\_\_\_\_\_

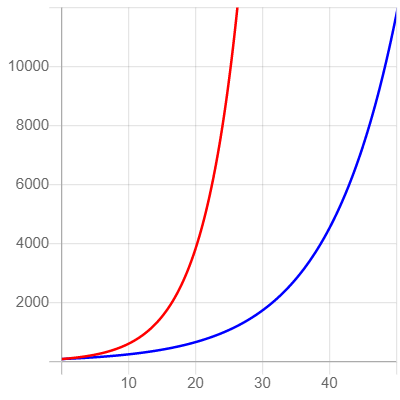
**เมื่อ R = 1.1 แล้ว**

**เปรียบเทียบจำนวนในกรณีที่ค่า R = 1.2 และ R = 1.1 สำหรับวันที่ 26**

**(วันที่ 26 คือวันที่ค่าฟังก์ชัน สูงกว่า 10,000)**

R = 1.2 วันที่ 26

R = 1.1 วันที่ 26

**เปรียบเทียบฟังก์ชัน และ โดยใช้กราฟ**

1) กราฟใดที่ค่า R = 1.2 และกราฟใดที่ค่า R = 1.1

R = 1.2 : (แดง / น้ำเงิน) R = 1.1 : (แดง / น้ำเงิน)

เหตุใดจึงคิดว่าเป็นเช่นนั้น…………………………………………………………………………………………..…………………………………

……………………………………………………………………………………………….………………………..……………………………………………………………………………………………….………………………..……………………………………………………………………………………

…………………………………………………….………………………..……………………………………………………………………………………

2) เมื่อใดที่จำนวนผู้ติดเชื้อในแต่ละกรณีเกิน 5,000 คน คาดการณ์จำนวนจากกราฟ

……………………………………………………………………………………………….………………………..…………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………….………………………..…………………………………………

……………………………………………………………………………………………….………………………..…………………………………………

**กิจกรรม 2**

**แบบจำลอง: มาทำให้ความเร็วของการติดเชื้อลดลงกันเถอะ**

สมมติว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อใหม่ 20,000 คนในวันนี้ และคุณใช้นโยบายควบคุมป้องกัน   
ต้องใช้เวลากี่วัน จึงจะลดจำนวนผู้ติดเชื้อได้ในระดับที่ต้องการ

**แบบจำลอง**

ลองป้อนค่า R บางค่า และหาค่า R ที่ทำให้จำนวนผู้ติดเชื้อลดลง

1) เมื่อค่า R = 0.9 แล้ว

|  |  |
| --- | --- |
| **จำนวนวัน** |  |
| 15 |  |
| 30 |  |

2) เมื่อค่า R = 0.8 แล้ว

|  |  |
| --- | --- |
| **จำนวนวัน** |  |
| 15 |  |
| 30 |  |

3) อะไรคือความแตกต่างระหว่างเมื่อค่า R = 0.9 และ R = 0.8

จงอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่า R และการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………….………………………..……………………………………………………………………………………